

Metoda na zvýšení konzistence matice párových porovnání v Analytickém hierarchickém procesu

Rostislav Tomeš

Vysoká škola obchodní v Praze, o.p.s.

Katedra informačních technologií a analytických metod

Spálená 14, Praha, Česká republika

tomes@vso-praha.eu

Abstrakt: Příspěvek popisuje dílčí problém vícekritériální rozhodovací metody, analytického hierarchického procesu (AHP), stručně popisuje jednu známou metodu na zvýšení konzistence matice párových porovnání.

Klíčové slová: AHP metoda; rozhodování; konzistence

JEL klasifikácia: C02

1. Úvod

Učinit rozhodnutí je běžným úkolem každého manažera, zde je v roli rozhodovatele (decision maker). Úkolem rozhodovatele je vybrat jednu nebo více variant z množiny všech přípustných variant. Rozhodovatele tedy definujeme jako subjekt, který má učinit rozhodnutí, vybrat variantu, která je hodnocena nejlépe, optimální variantu. Výběr z množiny m možných variant usnadňuje rozhodovací metody. Strukturování variant do hierarchie, popis jednotlivých kritérií rozhodování, jejich kvantifikace a vyhodnocení, to umožňuje vícekritériální rozhodovací proces. Rozhodovatel se díky hierarchii vícekritériálního rozhodovacího procesu může soustředit na dílčí kritéria, není ovlivněn subjektivním pohledem na celkové rozhodnutí, rozhoduje jen podle dílčích kritérií. Syntéza výsledků dílčích kritérií je potom součástí metody vícekritériálního rozhodovacího procesu.

Analytický hierarchický proces (AHP) profesora Saatyho používaný ve vícekritériálním rozhodování vychází ze stanovení kritérií mezi jednotlivými faktory, které ovlivňují rozhodování. Pokud se rozhodovatel rozhoduje mezi více variantami, je pro každou variantu nutné stanovit kritéria, resp. vztahy mezi jednotlivými faktory. Získání co nejvíce pravděpodobných hodnot kritérií je nejtěžší částí rozhodovacího procesu. Další je již jen maticový počet, jak jej popsal a používal profesor Saaty (SAATY, 1980).

2. Vícekritériální rozhodovací metoda analytický hierarchický proces (AHP)

AHP metoda je široce používána napříč průmyslovými odvětvími pro řešení problémů s rozhodováním podle různých kritérií zahrnujících subjektivní úsudek. Nicméně, AHP je často kritizována za její neschopnost adekvátně se přizpůsobit přirozené nejistotě a nepřesnosti spojené s mapováním rozhodovacích preferencí na přesné číslo (SOMSUK, 2013).

Analytický hierarchický proces AHP (SAATY, 1977, 1994) je jednou z nejčastěji používaných metod pro rozhodování na základě více kritérií. AHP využívá matematiku ke zpracování subjektivních a osobních preferencí jednotlivce nebo skupiny při rozhodování. V Saatyho AHP je rozhodovatel požádán, aby poskytl svůj názor na porovnání A_{ij} pro každé párové porovnání mezi otázkami (alternativy, kandidáty atd.) $A_1, A_2, \dots, A_n$ pro každé kritérium (cíl) v hierarchii a mezi kritérii. Aby bylo možné provést porovnání, měla by být použita škála čísel, která udává, kolikrát je důležitější nebo dominantní jeden prvek nad jiným prvkem s ohledem na porovnávané kritérium nebo vlastnost. V Saatyho základní škále měření používaném při porovnávání jsou čísla pro poměry obvykle převzata z množiny 1, 3, ..., 9. Skládá se z porovnání dvou variant, které se pohybuje od rovných po extrémní (stejně, mírně důležitější, mnohem důležitější, výrazně důležitější, extrémně důležitější). Číselné hodnoty pro úsudky 1, 3, 5, 7, 9 odpovídají slovním úsudkům. Například, jestliže rozhodovatel považuje A_1 za mírně důležitější než A_2 , pak a_{12} se

rovná 3/1. Poměr a_{ij} označuje důležitost, se kterou A_i převyšuje významem A_j . Devítibodová škála hodnot je aplikována v metodě AHP (YANG, 2010, 2013).

3. Konzistence matice párových porovnání

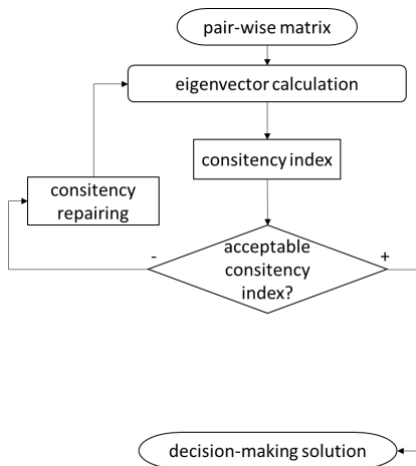
V příspěvku se zaměřujeme na dílčí problém metody AHP, zvaný konzistence, a jednu ze známých metod pro její zvýšení. Konzistenci matice párových porovnání $S = (s_{ij})$ můžeme definovat takto: řekneme, že prvek x_i je s_{iq} -krát důležitější než prvek s_q (podle hodnotícího kritéria f), a dále prvek s_q je s_{qj} -krát důležitější než prvek x_j , potom prvek x_i je $s_{ij} = s_{iq} \cdot s_{qj}$ -krát důležitější než prvek x_j . Při porovnávání kvalitativních kritérií je však naprostá konzistence matice párových porovnání spíše výjimečná. Naopak, při porovnávání kvantitativních kritérií je matice párových porovnání dokonale konzistentní, platí totiž, že váhy, hodnoty kvantitativního kritéria jsou známy $v_i > 0$ a $v_j > 0$ a pro prvky matice párových porovnání platí $S_{ji} = v_i / v_j$. Platí-li uvedený vztah, matice $S = (s_{ij})$ je reciproká a konzistentní (RAMÍK, 2000).

Pro úspěšnost metody AHP je důležitý *index konzistence*. Platí, že *maximální vlastní číslo* čtvercové matice párových porovnání $S = (s_{ij})$ typu $n \times n$, která je vždy reciproká ale nemusí být konzistentní, $\lambda_{\max} \geq n$ (SAATY, 1980). Je-li matice $S = (s_{ij})$ plně konzistentní, vždy platí, že $\lambda_{\max} = n$ (SAATY, 1980). *Indexem konzistence* nazýváme číslo C_i vypočítané ze vztahu

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

Dobře známý index relativní konzistence je $CR = CI / RI(n)$, kde $RI(n)$ je náhodný index, jehož hodnota závisí na n . Náhodný index $RI(n)$ určil Saaty výpočtem 50 000 náhodně generovaných matic. Pokud je index relativní konzistence $CR \geq 0,10$, párová matice není plně konzistentní (SAATY, 1994). V tomto příspěvku demonstrujeme na krátkém příkladu jednu z metod na zvýšení konzistence, ke které přistoupíme, jestliže je CR mimo doporučenou mez.

Vývojový diagram postupu práce rozhodovatele je zobrazen na Obrázku 1.



Obrázek 1: relativní index konzistence CR a proces opravy (zdroj: autor)

Zakladatel metody AHP profesor Saaty publikoval v roce 2003 "*metodu ke zvýšení očekávané účinnosti rozhodování v praxi. Je založena na skutečnosti, že*

$$n \lambda_{\max} - n = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n (\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ij}^{-1}).$$

To znamená, že zkoumáme rozhodnutí, pro který je ε_{ij} nejvzdálenější od konkrétní hodnoty, tedy a_{ij} , pro které je $a_{ij} \cdot w_j / w_i$ největší, a zjistíme, zda tento záznam může být přiměřeně menší. Doufáme, že taková změna a_{ij} povede k nové matici párových porovnání, která bude mít menší vlastní číslo matice $\lambda_{\max}$." (SAATY, 2003)

Abychom ukázali, jak metoda funguje, použili jsme příklad použití metody AHP v turismu. Autorka diplomové práce na Vysoké škole obchodní v Praze, o.p.s. navrhla metodu AHP na výběr destinace pro produkt cestovní kanceláře, čtyři destinace podle několika kritérií. Tyto čtyři destinace byly porovnány navzájem podle jednoho z kritérií a podle škály používané v metodě AHP jim byly přiřazeny váhy důležitosti. Dílčím kritériem byla v tomto kroku metody AHP vzdálenost mezi bydlištěm hodnotitele a destinací. Matice párových porovnání je uvedena v Tabulce 1. Zde je jako v označen vlastní vektor matice A , v je vlastní vektor kladné transponované matice A^T , který byl normalizován.

varianta:		v1	v2	v3	v4	w	v
Chorvatsko	v1	1	9	7	7	0,678	0,050
Egypt	v2	1/9	1	1/7	1/3	0,038	0,308
Řecko	v3	1/7	7	1	5	0,211	0,560
Španělsko	v4	1/7	3	1/5	1	0,073	0,081
$\lambda_{\max}=4,442$		CI=0,147		CR=0.164			

Tabulka 1 – matice párových porovnání $A=a_{ij}$ (zdroj: autor)

Z Tabulky 1 vidíme, že hodnota relativního indexu konzistence je CR je vyšší než 0,10, což znamená, že je matice párových porovnání nekonzistentní, a názory rozhodovatelů by bylo zapotřebí znovu korigovat. Jenže kterou variantu, resp. destinaci vůči které znovu posuzovat. To může napovědět tato metoda.

Abychom identifikovali prvek k opětovnému posouzení, sestavíme matici $\varepsilon_{ij} = a_{ij} \cdot w_j / w_i$ (Tabulka 2)". (SAATY, 2003)

1,00000	0,50442	2,17847	0,75369
1,98246	1,00000	0,79323	0,64035
0,45904	1,26066	1,00000	1,72986
1,32681	1,56164	0,57808	1,00000

Tabulka 2 – $\varepsilon_{ji} = a_{ij} \cdot w_j / w_i$ (zdroj: autor)

Zaměníme hodnotu a_{13} hodnotou w_1 / w_3 a odpovídající diagonální hodnotu a_{31} hodnotou w_3 / w_1 . Tedy, $a_{13} \leftarrow w_1/w_3 = 3,213$ nejbližší celočíselná hodnota z AHP škály pro a_{13} je 3 a odpovídající hodnota pro a_{31} je 1/3.

varianta:		v1	v2	v3	v4	w
Chorvatsko	v1	1	9	3	7	0,583
Egypt	v2	1/9	1	1/7	1/3	0,042
Řecko	v3	1/7	7	1	5	0,289
Španělsko	v4	1/3	3	1/5	1	0,085
$\lambda_{\max}=4,165$		CI=0,055		CR=0,061		

Tabulka 3 – matice párových porovnání $A=a_{ij}$ (zdroj: autor)

Index konzistence CI je nyní mnohem více akceptovatelný, protože relativní index konzistence rekonstruované matice párových porovnání je $CR \leq 0,10$ a $\lambda_{\max}$ je blíže hodnotě n , $n=4$.

4. Závěr

Metoda na zvýšení konzistence matice párových porovnání v metodě AHP popsána v roce 2003 profesorem Saaty, za použití vlastního vektoru matice $\lambda_{\max}$, byla demonstrována na uvedeném příkladu matice párových porovnání. Tato metoda by mohla být užitečná při opakování vícekritériálního rozhodovacího procesu při

© 2019 The Author(s). Published by Journal of Global Science.

4

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. The moral rights of the named author(s) have been asserted.

nepřítomnosti původních rozhodovatelů a nutnosti jejich rozhodnutí korigovat. Pokud relativní index konzistence matice párových porovnání CR není v požadovanému rozsahu, může tato metoda pomoci rozhodovací proces pomocí metody AHP opakovat a lépe nalézt konečné rozhodnutí.

Seznam bibliografických odkazů

- RAMÍK, J. 2000. Analytický hierarchický proces (AHP) a jeho využití v malém a středním podnikání. Karviná: Slezská univerzita v Opavě, 2000. 217 str. ISBN 80-7248-088-X
- RAMÍK, J. 2010, Analytický hierarchický proces (AHP) a jeho uplatnění při hodnocení a podpoře rozhodování. Jihlava: VŠP Jihlava, 2010. Matematika v ekonomické praxi. Vol.1.
- SAATY, T. 1977, A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 15: 234-281.
- SAATY, T. 1994, Decision making with the analytic hierarchy process. *Int. J. Services Sciences*, Vol. 24, Issue 6: 19-43.
- SAATY T. 2003, Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary? *European Journal of Operational Research* 145, pp. 85-91.
- SAATY, T., VARGAS, L.G. 2012, Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process. 2nd edition. Springer International Publishing AG.
- SOMSUK, N., LAOSIRIHONGTHONG, T. 2013, A fuzzy AHP to prioritize enabling factors for strategic management of university business incubators: Resource-based view. *Technological Forecasting & Social Change*, Vol. 85 Issue 1: 198-210.
- TOMEŠ, R. ALCNAUER, J. 2014, Konzistence matice párových porovnání při použití Analytického hierarchického procesu (AHP), Praha: VŠMIEP, Časopis B&IT 2/2014, 114-124.
- TOMEŠ, R. 2016, Semester Evaluation of Students Tasks Using the Analytic Hierarchy Process Method (AHP). *eXclusive e-JOURNAL* 2016; Vol.4 Issue 4.
- TOMEŠ, R. 2018, Systémový přístup k AHP metodě, zvýšení konzistence, Konference systémové přístupy, Vysoká škola ekonomická v Praze, <https://systemsapproaches.vse.cz/wp-content/uploads/2018/11/2018-Proceedings-SP.pdf>
- YANG, X. J, ZENG, L., LUO, F., WANG, S.X. 2010, Cloud hierarchical analysis, *Journal of Information & Computational Science* 7, Vol. 12 Issue: 12: 2468-2477.
- YANG, X., YAN, L., LUAN ZENG, L. 2013, How to handle uncertainties in AHP: The Cloud Delphi hierarchical analysis. *Information Sciences: International Journal* Vol. 222: 384-404.